

Journal of
Economics and Political Economy

www.ijepe.com

Volume1

September 2014

Issue 1

Ekonomik Büyüme Teorisine Katkı*

By Robert M. SOLOW**

1. Giriş

Tüm teori, tamamen doğru olmayan varsayımlara bağlıdır. Teoriyi oluşturan da budur. Başarılı bir kuramsallaştırma sanatının amacı, en son sonuçların fazla hassas¹ olmaması gibi beklenen bir sadeleştirilmiş varsayımlar yapmaktır¹. “Kritik” varsayım, hassasiyetle bağlı sonuçların yaptıklarından birisi ve kritik varsayımların makul surette uygun olması açısından önem taşımaktadır. Özellikle teorik sonuçlar, belirli bir kritik varsayımından gelen akış gibi görünmektedir. Öyleyse varsayımlar kesin değilse, sonuçlar sakıncalıdır.

Harrod-Domar ekonomik büyüme modelinin doğru olması gibi bir şeyi savunmak isterdim. Harrod-Domar düşünce biriminin karakteristik ve etkili sonucu, uzun dönem bile olsa ekonomik sistem, bıçak sırtı denge noktasında en iyi şekilde dengelidir. Tasarruf oranı, sermaye hâsıla oranı, işgücü artış oranı önemli parametrelerin büyüklükleriydi. Sabit noktadan çok düzgün bir şekilde kayması için, neticede, ya büyüyen işsizlik ya da uzamış enflasyon olurdu. Harrod terimlerinde, kritik denge meselesi, teknolojik değişim eksikliğindeki işgücü artışına bağlı, tabii büyüme oranı ve ev ve firmaların tasarruf-yatırım alışkanlıklarına bağlı gerekli büyüme oranı arasındaki rekabetten ibarettir.

Ancak esas gerekli rekabet ve tabii oran *sabit yüzdeli yöntem* şartları altında oluşmuş üretim olan kritik varsayım akımıyla nihayet sonuçlanmaktadır. Üretimde, sermaye için işgücünü yerine koyma imkânı bulunmamaktadır. Bu varsayım tamamlanmamışsa bıçak sırtında değişen denge kavramının buna uygun olacağı anlaşılmaktadır. Gerçekten bu sistemin parçasında böyle brüt bir değişmezliği başka bir deyişle esnemezliği zorunlu kılmış olması oldukça hayrete düşürmektedir.

* Orijinal bilgiler: “A Contribution to the Theory of Economic Growth”, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol.70, No.1 (Feb., 1956), pp.65-94. (DOI: 10.2307/1884513). Bu makale, 19 Ağustos 2014 tarihinde, QJE'nin Yasal Haklar Yetkilisi Emma Thornton'dan alınan “Çevirisini Yayınlama” hakkındaki yazılı izne dayanarak yayınlanmaktadır.

** Yazar R. M. Solow, 1924 New York doğumlu Amerikalı iktisatçıdır. Öğrenimini Harvard Üniversitesinde yapmış, akademik hayatını Massachusetts Institute of Technology (MIT)'de sürdürmüştür. Ekonomik büyüme teorisine katkıları nedeniyle 1987 yılında Nobel Ekonomi Ödülü ile taltif edilmiştir. 1956 yılında yayınladığı bu makale Neo-Klasik Büyüme Teorisinin başlangıcı kabul edilir ve Yazar'ın en ünlü makalesidir. (Çevirenler: Ş. Er, C. Kargı)

¹ Böylece taşıma giderleri, Ricardo ticaret teorisine sadece önemsiz engeldir ancak, Von Thünen modeline karşı çok gerçekçi ve karakteristiktir.

Journal of Economics and Political Economy

Harrod-Domar modelinin en dikkat çeken özelliği, kısa dönem araçlarıyla uzun dönem sorunlarını sürekli incelemesidir. Genellikle neo-klasik konusunu ve mesafe alanını uzun dönem olarak ele almaktadır. Bunun yerine Harrod ve Domar, çoğaltan, hızlandırıcı ve sermaye katsayısı üzerinde uzun dönemi konuşurlar. Sabit yüzdeleri yöntem dışında bu sayfanın esas kısmını tüm Harrod-Domar varsayımlarını kabul eden uzun dönem büyüme modeli kapsar. Bunun yerine, özel para birim değerinin, standart neo-klasik şartlar altında işgücü ve sermayenin ürettiğini düşünüyorum. Dışsal işgücü artış oranına verilen sistem uyarlaması, Harrod dengesizliğinin olup olmamasını görmek için birkaç ayrıntıda işe yaramaktadır. Ücret, fiyat, faiz tepkimesi neo-klasik uyum sürecinden önemli bir rol oynamakta ve çözümlenmektedir. Daha sonra izin verilen nötr teknolojik değişimin ve para esnekliği tasarruf gelir ilişkisi gibi nitel değişiklik sonucunu görmek için diğer sabit varsayımların birkaçı az oran gevşetilmektedir. Son olarak ya da sözün kısası bazı sonuçlar daha çok "Keynesgil" ilişkiler ve esneklikler dikkate alınmaktadır.

2. Uzun Dönem Büyüme Modeli

Genel olarak hâsıla olan sadece ticari mal bulunmakta ve kişiye ait üretim oranı $Y(t)$ ile belirlenmektedir. Böylece, toplumun gerçek gelirini net bir biçimde konuşabiliriz. Her hazır hâsılanın bir bölümü tüketilmekte gerisi korunmakta ve sermaye edilmektedir. Tasarruf edilen hâsılanın sürekliliği s , sonuç olarak tasarruf oranı $sy(t)$ 'dir. Toplumun sermaye stoku, para birim değer birikiminin $K(t)$ şeklini alır. Net yatırım, dK/dt ya da \dot{K} sermaye stok artış oranıdır. Böylece zamanın her dakikasında temel özdeşliğimiz vardır:

$$\dot{K} = sY. \quad (1)$$

Hâsıla, iki üretim faktörü olan sermaye ve işgücü yardımıyla üretilmektedir. Kişiye ait giriş oranı $L(t)$ 'dir. Teknolojik imkânlar, üretim fonksiyonu tarafından temsil edilmektedir.

$$Y = F(K, L). \quad (2)$$

İyi bir sermaye düşmesini sağladıktan sonra, hâsılada amaç net hâsılanın anlaşılmasıdır. Üretimle ilgili şu an söyleyebileceğimiz ölçüğe göre sabit getiriyi göstermektedir. Bu nedenle, üretim fonksiyonu birinci dereceden homojendir. Bu meblağları tapu gibi kıt arttırılamayan kaynak olarak düşünebiliriz. Büyüme teorisi oluşturmak için ölçüğe göre sabit getiri doğal varsayım gibi gözükür. Arazi kıtlığı davası, sermaye ve işgücünde ölçüğe göre azalan getiriye neden olur ve model daha çok Barro-Ricardo² denkliği olurdu.

(1)'de ekli (2)'de görebiliriz:

$$\dot{K} = sF(K, L). \quad (3)$$

İki bilinmeyen dengeden bir tanesidir. Sisteme yakın olan birinci yol emek talebi dengesine ekli olurdu: emeğin marjinal verimliliği gerçek ücrete eşit; ve işgücü arz dengesi. İkincisi, gerçek ücretin işgücü arz fonksiyonu oluşturma genel şeklini alır ya da daha çok klasik olarak gerçek ücret koyma, sözleşmeye dayanan asgari ücrete eşittir. Buna karşın, üç bilinmeyen K, L , gerçek ücrette üç denge olurdu.

² Örnek için, Haalvemo: "A Study in the Theory of Economic Evolution", (Amsterdam, 1954), p. 9-11'e bakabilirsiniz. "Gelişmemiş" ülkelerin tamamı toprak yetmezliği çekmemektedir. Etiyopya bu duruma bir karşı örnektir. İnsanlar bu teoriyi, yaşamsal sabit maliyetle, vahşi yaşamdan ekilebilir araziye dönüşüm sağlanabildiği sürece, uygulanabilir olarak tahayyül edebilir.

Journal of Economics and Political Economy

Bunun yerine Harrod model adına daha çok sürdürürüz. Dış nüfus büyümenin sonucu olarak, işgücü oranı değişmez nispi oranda n yükselir. Teknolojik değişimin yokluğunda n Harrod'un doğal büyüme oranıdır. Şekil:

$$L(t) = L_0 e^{nt}. \quad (4)$$

(3)'de L toplam iş demektir; (4)'te L sağlanan işgücü arzı demektir. İkisini tanımlarsak tam çalışmaya daima sürdürmüş buluyoruz. (4) ve (3)'e baktığımızda

$$\dot{K} = sF(K, L_0 e^{nt}). \quad (5)$$

Tüm uygun işgücünün çalışması için takip edilmesi gereken sermaye birikiminin süre yolunu belirleyen temel eşitliğimiz vardır.

Bunun yerine (4)'e işgücü arz eğrisi olarak bakılabilir. Üssel olarak büyüyen işgücü oranı tamamen esneksiz şekilde işe sunulduğu belirtilmektedir. İşgücü arz eğrisi, (4)'e göre işgücü oranı büyümesi gibi zamanla sağa kayan bir dik doğrudur. Daha sonra tüm sağlanan işgücü kullanmaksızın gerçek ücret oranı belirlemede ve marjinal verimlilik dengesi, asıl oranlayacak³ olan ücret oranını belirler.

Özetle olarak (5), tek değişken $K(t)$ 'de türevsel bir denklemdir. Çözümü, tamamen uygun bir işgücünü istihdam edecek olan toplum sermaye stokunun sadece zaman profilini verir. Bir kere, sermaye stokunun zaman yolunu ve bunun işgücü oranını biliyoruz. Uygun zamanda gerçek hâsılanın üretim fonksiyonundan tahmin yürütebiliriz. Marjinal verimlilik denklemi, gerçek ücret oranının zaman çizgisini belirler. Ayrıca, uygun sermaye stokunun tam istihdam varsayımıyla ilgilidir. Kısa sürede, önceden var olan sermaye stoku (önceki birikimin sonucu) esneksiz bir şekilde sağlanmaktadır. Bu nedenle, sermaye stok hizmetleri için süreli üretim başına gerçek kira olan sermaye için benzer marjinal verimlilik denklemler bulunmaktadır. Süreç şu yöntemle anlatılabilir: zamanın herhangi bir anında uygun işgücü arzı (4)'te gösterilmektedir. Ayrıca uygun sermaye stoku tabandır. Çünkü etkenlere yönelik reel getiri, işgücü ve sermayenin tam istihdamı beraberinde getirmek için belirleyecek ve hâsılanın cari oranını bulmak için (2) üretim fonksiyonunu kullanabileceğiz. Sonra bize söylenen net hâsılanın ne kadar sermaye isteğini korumuş ve yatırmış olacağız. Bu nedenle, cari dönem boyunca net sermaye birikimini biliyoruz. Şimdiden birikmiş stoka ekli, bir sonraki dönem için sermaye uygunluğu vermekte ve tüm süreç yeniden tekrarlanabilir.

3. Olası Büyüme Şekli

Herhangi bir işgücü oranının büyümesiyle birbirini tutan her zaman bir sermaye birikimi var olsa bile, çözümlerinin nitel doğası için türevsel denklem (5)'i incelemeliyiz. Doğal olarak, bir kesin üretim fonksiyonu şekli belirlemeden, kesin bir çözüm bulmayı bekleyemeyiz. Ancak, belli geniş özellikler, grafiksel olsa bile şaşırtıcı bir şekilde diğerlerinden ayırmada kolay görünüyor.

³ Üç denklemin tam kümesi (3), (4) ve $\frac{\partial F(K, L)}{\partial L} = w$ den oluşur.

Journal of Economics and Political Economy

Yeni değişken $r = \frac{K}{L}$, işgücüne sermaye oranını gösterme. Bu nedenle

$K = rL = rL_0 e^{nt}$ var. Zamanın gerisindeki türevleşme ise;

$$K = L_0 e^{nt} \dot{r} + nrL_0 e^{nt}.$$

(5)'teki yerine:

$$(\dot{r} + nr) = L_0 e^{nt} = sF(K, L_0 e^{nt}).$$

Fakat, ölçeğe göre sabit getiriden dolayı aynı faktörden F 'yi arttırmak şartıyla $L = L_0 e^{nt}$, den F 'deki her iki değişkeni bölebiliriz. Şu şekilde:

$$(\dot{r} + nr)L_0 e^{nt} = sL_0 e^{nt} F\left(\frac{K}{L_0 e^{nt}}, 1\right).$$

Ve ortak bölen üzerinden bölerek böyle bir sonuca varmış oluruz.

$$(\dot{r} = sF(r,1) - nr. \tag{6}$$

Burada, sadece sermaye işgücü oranını kapsayan bir türevsel denkleminiz var.

Şeklen biraz daha az olan bu temel denkleme varılabilir. Çünkü $r = \frac{K}{L}$, yani r 'nin bağıl nem oranı, K ve L 'nin bağıl nem oranı arasındaki farklılıktır.

$$\frac{\dot{r}}{r} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}.$$

Şimdi ilk olarak $\frac{\dot{L}}{L} = n$. İkincisi $\dot{K} = sF(K, L)$. Şu şekil bir tablo oluşturalım:

$$\dot{r} = r \frac{sF(K, L)}{K} - nr.$$

Önceden de yaptığımız gibi F 'den L 'yi bölelim ve $\frac{L}{K} = \frac{1}{r}$, işlemini dikkat alıp

(6) örneğini tekrar alalım.

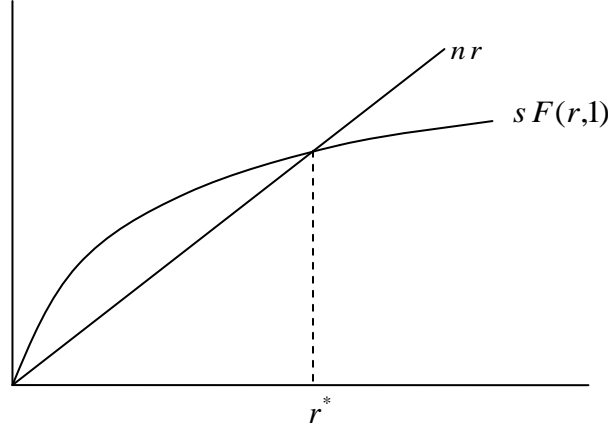
(6) örneğinde olan $F(r,1)$ fonksiyonun değerlendirilmesi kolaydır. Bu toplam hâsıla eğrisi, sermayenin r değişken tutarı olarak işgücünün bir birimiyle kullanılmaktadır. Alternatif olarak, işçi başına sermaye işlevi gibi işçi başına ürün vermektedir. Böylece (6), sermaye/iş gücü oran değişim yüzdesinin iki şartın farklılığı olduğunu belirtir. Birinci şart, sermaye artışını diğeri ise iş gücü artışını ifade eder.

$\dot{r}=0$ olduğunda, sermaye iş gücü oranı sabittir. Ayrıca sermaye stoku, kısaca n olan iş gücü oranı gibi aynı yüzde de büyümüş olmalıdır. (Doğal orana eşit, sermayeye uygun reel getiri oranı gerekli büyüme oranını ortaya çıkarmıştır.) Şekil 1'de n eğimiyle başlangıç üzerindeki ışın nr fonksiyonunu gösterir. Diğer eğri $sF(r,1)$ fonksiyonudur. Başlangıç ve yukarıya dışbükey üzerinden geçmesi şekil olarak çizilmiştir: Her iki girdi pozitif olmaz ise ürün olmaz ve azalan sermayenin marjinal

jepe, 1(1), R. Solow. p.77-99.

Journal of Economics and Political Economy

verimliliği şöyle bir durumda olurdu: Cobb-Douglas fonksiyonuyla ilgili örnek verelim. Kesişme olması durumunda $nr=sF(r,1)$ ve $\dot{r}=0$ olur. Sermaye iş gücü oranı r^* yerleştirilmemeli ise korunmuş olacak ve sermaye/iş gücü o süreden beri orantılı bir şekilde büyüyecektir. Ölçeğe göre sabit getiriye göre, reel hâsıla da n bağıl oranında büyüyecek ve iş gücü başı oranına hâsıla sabit kalacaktır.



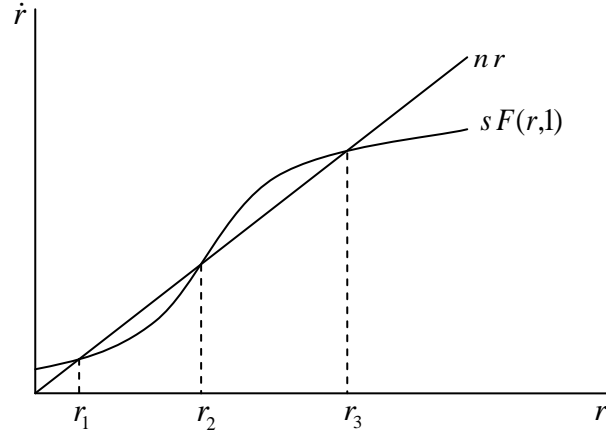
Şekil 1.

Ancak, $r \neq r^*$ ise sermaye iş gücü oranı zamanla nasıl büyüyecek? Kesişme noktasının sağına doğru, $r > r^*$, $nr > sF(r,1)$ ve şekil (6)'daki gibi olduğunda r 'nin, r^* yönünde azalacağını görürüz. Tam aksine, ilk başta $r < r^*$ olursa grafik $nr < sF(r,1)$, $\dot{r} > 0$ gösterir ve r , r^* yönünde yükselecektir. Böylece denge değeri r^* sabittir. Sermaye iş gücü oranının başlangıç değeri ne olursa olsun sistem, doğal oranda dengeli büyüme hali yönünde gelişecektir. Sermaye ve hâsılanın zaman yolu asimptotik şekil haricinde tümüyle üs değer olmayacaktır⁴. İşgücü arz eğrisi dikey bir sermayedir. Ayrıca hâsıla, denge oranına kadar yaklaşmış iş gücü oranından hızla gelişecektir. Başlangıç oranı denge değerinin üzerinde ise sermaye ve ürün yavaşça iş gücünden daha çok büyüyecektir. Ürünün büyümesi her zaman iş gücü ve sermaye arasında kalmıştır.

Şekilde 1'de gösterilen sağlam sabitlik elbette zorunlu değildir. $F(r,1)$ verimlilik eğrisini bu yolla çizdiğimden ötürü sermaye ayarlamasının sabit durumu ve ürüne karşı dengeli büyümenin hali ortaya çıkmaktadır. Birçok diğer biçimler ilk olasılıktır. Örneğin, Şekil 2'de üç kesişme noktası bulunmaktadır.

İnceleme, r_1 ve r_3 'ün sabit olduğunu r_2 'nin ise olmadığını gösterecektir. İlk başta gözlemlenen sermaye/iş gücü oranına bağlı sistem, ya r_1 ya da r_2 sermaye/iş gücü oranındaki dengeli büyümede gelişecektir. Her iki durumda da, iş gücü arzı, sermaye stoku ve reel ürün asimptotik olarak n oranında artacak ancak r_1 çevresi, r_3 çevresinden daha az sermayesi olacaktır. Bunun için kişi başına ürün hacmi eski durumda ikincisinden daha aşağı olacaktır. Konuyla ilgili dengeli büyüme hali, 0 ve r_2 arasında herhangi bir yerde başlangıç oranı için r_1 'de ve r_2 'den daha büyük her bir başlangıç noktası için r_3 'tedir. r_2 oranı denge büyüme oranıdır ancak sabit değildir; yanlışlıkla olan herhangi bir düzensizlik zamanla büyümüş olacaktır.

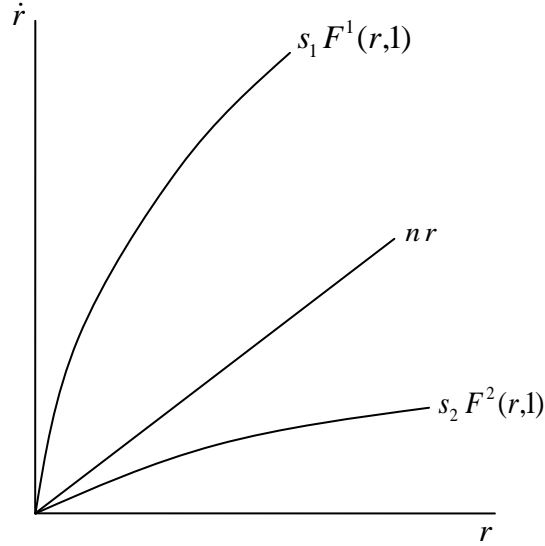
⁴ İstisna etme. $K=0$, $r=0$ olduğunda, sistem başlayamaz; sermayeyle hâsıla olmaz ve bu nedenle birikim de olmaz. Ancak, denge sabit değil: en ufak beklenmedik sermaye birikimi r^* yönünden başlayacaktır.



Şekil 2.

Şekil 2, sermayesiz üretimin var olması için çizilmiştir. Bu nedenle başlangıcın dengeli büyüm “şekli” yoktur.

Yine de Şekil 2 olasılıklardan bozulmamıştır. Dengeli büyüme halinin olması mümkündür⁵. Bir azalmayan $F(r,1)$ fonksiyonu, ölçeğe göre sabit getiri üretin fonksiyonu içinde basit bir şekilde L ile bölünerek dönüştürülebilir. Okur, böyle bir geniş eğri çeşitliliği oluşturabilir ve (6)’ya göre sonuçlanan çözümleri inceleyebilir. Şekil 3’te nr ışınıyla birlikte iki olasılık gösterilmektedir.



Şekil 3.

⁵ Bu, ilk bakışta R. M. Solow and P. A. Samuelson: “Balanced Growth under Constant Returns to Scale,” *Econometrica*, XXI (1953), 412-24 ile çelişiyor gibi görünse de bu yalnızca görünüştedir. O çalışmada, her ticari eşyanın üretimi üzerinde olumlu bir marjinal üretkenlik olduğu varsayılmaktadır. Burada ise, sermaye, işgücü üretiminde kullanılmaz.

Her ikisinde de baştan sona kadar küçülen bir marjinal verimlilik bulunmakta ve bunlardan biri tamamen aşağıdayken diğeri bütünüyle nr üzerinde durmaktadır⁶. Birinci sistem daimi tam istihdamın tüm sınırın ötesinde sermaye iş gücü oranını (ve de kişi başına düşen ürün) yükselteceği çok verimli daha fazla biriktirmektedir; sermaye ve girdinin her ikisi de iş gücü arzından daha hızlı artmaktadır. İkinci sistem, tam istihdam yolunun sadece sonsuza kadar azalan kişi başına düşen geliri etkileyen bu sistem verimsizdir. Çünkü net yatırım her zaman pozitif ve iş gücü arzı yüksek, toplam gelir ise sadece yükselmektedir.

Bu incelemenin esas sonucu şudur: üretim değişken oranların ve ölçüğe göre sabit getirinin olağan neo-klasik şartları altında oluştuğunda, doğal oran ve gerekli büyüme oranı arasındaki basit olmayan rekabet mümkündür. Belki bir bıçak sırtı olamaz ancak doğrusunu söylemek gerekirse Cobb-Douglas fonksiyonu gibi asla olamaz. Sistem, iş gücü büyüme oranının her bir verilen yüzdesini belirleyebilir ve sonuç olarak orantılı masrafın sabit haline varılır.

4. Örnekler

Bu bölümde, kısaca üç örneği, esas türevsel denklemi (6) açıkça çözmek için olası olan üretim fonksiyonunun üç basit şeklini sunuyorum.

Örnek 1: Sabit Yüzdeler. Bu Harrod-Domar örneğidir. Ürün birimini üretmek için a sermaye birimini ve b iş gücü birimini alır. Böylece a hızlandırma katsayısıdır. Elbette, ürün birimi bundan (eş ürünler dik açılı köşeler) daha fazla sermaye ya da iş gücüyle üretilebilir; İlk engel, ürün oranının limitlerine varılmak içindir. Bu, (2)'yi hatırlatarak şu şekilde ifade edilebilir:

$$Y = F(K, L) = \min\left(\frac{K}{a}, \frac{L}{b}\right)$$

“min (...)” olan yer, parantez içindeki sayıların daha küçük olması demektir. Temel türevsel denklem (6) şu şekilde olur:

$$\dot{r} = s \min\left(\frac{r}{a}, \frac{1}{b}\right) - nr.$$

Açıkça küçük r için $\frac{r}{a} < \frac{1}{b}$, sahip olmamız gerekir, bu sıranın olması için

$$\dot{r} = \frac{sr}{a} - nr = \left(\frac{s}{a} - n\right)r. \text{ Ancak, } \frac{r}{a} \geq \frac{1}{b} \text{ ve benzeri, } r \geq \frac{a}{b} \text{ olduğunda}$$

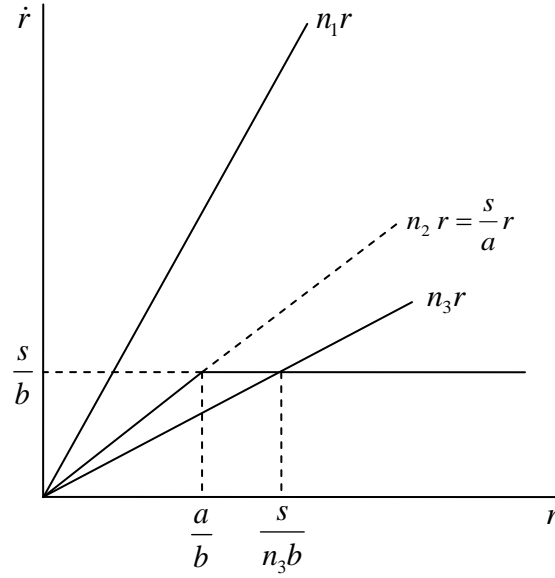
denklem $\dot{r} = \frac{s}{b} - nr$ olur. Grafik olarak baktığımızda daha iyi anlaşılacaktır. Şekil

⁶ The equation of the first might be $s_1 F^1(r,1) = nr + \sqrt{r}$ that of the second

$$s_2 F^2(r,1) = \frac{nr}{r+1}$$

Journal of Economics and Political Economy

IV' te, fonksiyon $s \min\left(\frac{r}{a}, \frac{1}{b}\right)$ kırık çizgi olarak gösterilmektedir: $\frac{a}{b}$ değerinden r 'ye kadar başlangıçtan gelen ışın $\frac{s}{a}$ eğimle birlikte daha sonra yatay doğru $\frac{s}{b}$ yüksekliğindedir. Harrod modelinde $\frac{s}{a}$ gerekli büyüme oranıdır.



Şekil 4.

Şimdi burada üç olasılık bulunmaktadır:

(a) $n_1 > \frac{s}{a}$, doğal oran gerekli oranı aşar. Bu Şekil 4'te şöyle görülebilir: n_1r her zaman $s \min\left(\frac{r}{a}, \frac{1}{b}\right)$ 'den büyüktür. Böylece r her zaman azalır. Sermaye iş gücü

oranının başlangıç değerini $r_0 > \frac{a}{b}$ varsayalım bunun çözümü

$$r = \left(r_0 - \frac{s}{n_1 b}\right) e^{-n_1 t} + \frac{s}{n_1 b}$$

'dir. Böylece r , $\frac{a}{b}$ 'den daha az olan $\frac{s}{n_1 b}$

doğrultusunda azalır. Muhtemel zamanın t_1 , hesaplanabilir olması kolaylığında, r $\frac{a}{b}$

'ye ulaşır. O zamandan itibaren $\dot{r} = \left(\frac{s}{a} - n_1\right)r$ 'nin çözümü

$$r = \frac{a}{b} e^{\left(\frac{s}{a} - n_1\right)(t - t_1)} \quad \text{olur. Çünkü } \frac{s}{a} < n_1, \quad r_0 \text{ yönünde düşecektir.}$$

Zamanda t_1 , $r = \frac{a}{b}$ olduğunda iş gücü arzı ve sermaye stoku dengededir. O anda sermaye iş gücü oranının azalması gibi işgücü fazlalık olmakta ve fazlalığın hacmi büyümektedir. Sermaye engel faktörü olduğunda, işsizliğin miktarı, $K = rL_0 e^{nt}$

'yi hatırlayarak bundan hesaplanabilir. Ürün $\frac{K}{a}$ ve iş $b \frac{K}{a}$ 'dır.

(b) $n_2 > \frac{s}{a}$, gerekli ve doğal oran eşittir. İlk olarak $r > \frac{a}{b}$ yani iş gücü engel ise öyleyse $r \frac{a}{b}$ 'ye doğru azalır ve orada kalır. Başta $r < \frac{a}{b}$ var ise r zamanla, nötr dengede sabit bir şekilde artmaktadır. İlk olarak işgücü fazlalığının yüzdeliği sürdürülmüş olursa da sermaye ve iş gücü arzı n_2 genel oranda büyümektedir.

(c) $n_3 < \frac{s}{a}$ gerekli oran doğal oran aşmaktadır. Şekil olarak çözüm, n_1 ile değiştirilen n_3 ile birlikte tamamen (a) halindedir. $r = \frac{s}{n_3 b}$ 'de kararlı denge sermaye

ürün oranı bulunmaktadır. Ancak sermayenin marjinal verimliliğinin sıfıra düştüğünün görülmesinden hareket ederek burada sermaye fazladır. Aslında sermaye stokunun

orantısı $\frac{an_3}{s}$ denge büyümesinde kullanmıştır. Ancak sermaye stokunun büyümesinden bu yana (asimptotik olarak oranda n_3 'e eşit), aşırı kapasitenin mutlak miktarı da büyümektedir. Herhangi bir ücret-fiyat hareketlerinden bağımsız bu fazlalık görünümü, sabit yüzdelerinin sonucu ve Harrod-Domar modelinin sabit denge özelliğini desteklemektedir.

En az bir kişi üretim fonksiyonunu kavrayabilir. Öyle ki r , r_{max} kritik değerini geçerse, sermayenin marjinal ürünü sıfıra düşer ve r , diğer küçük kritik r_{min} değerinden düşerse, iş gücü marjinal ürünü sıfıra düşer. Orta derecedeki sermaye iş gücü oranları için eğriler her zamanki gibidir. $0 \leq r \leq r_{min}$ Şekil 4, doğrusal kısım başlardı.

Öyleyse $r_{min} \leq r \leq r_{max}$ için Şekil 1'deki duruma gelmek gibidir ve

$r > r_{max}$ için yatay eğriyle biter. Şekil 1'deki gibi denge durumunu sağlayan iş gücü büyüme oranlarıyla tamamen kaplanacaktı. Bu bölge altındaki n değerleri için son ürün, sermaye fazlalığı olurdu. Uzun dönemde faktör oranlarının geniş çapta

Journal of Economics and Political Economy

değişken olması halinde orta derecedeki büyüme oranlarının bölgesi genişlemiş olacaktır.

Örnek 2: Cobb-Douglas Fonksiyonu. $Y = K^a L^{1-a}$ fonksiyonunun özellikleri burada açıklanması için iyi bilinmektedir. Şekil 1, a ve n parametre seçeneklerine bakılmaksızın bu durumu tanımlamaktadır. Sermayenin marjinal verimliliği, sermaye/iş gücü oranının azalması gibi süresiz bir şekilde yükselmektedir. Bu durumda $sF(r, L)$ eğrisi nr ışını üzerinden yükselmek durumundadır. Ancak $a < 1$ 'de, eğri sonuç olarak yukarıdan ışına çapraz geçmeli ve sonrada aşağıda kalmalıdır. Bu nedenle sistemin asimptotik davranışı doğal oranda her zaman dengeli büyümedir.

(6) Türevsel denklemi $\dot{r} = sr^a - nr$ halindedir. Aslında değişmemiş (5) denklemine daha kolay dönmek için aşağıdaki (7) denklemine bakalım:

$$\dot{K} = sK^a (L_0 e^{nt})^{1-a} \quad (7)$$

Şu şekilde birleştirilebilir ve çözümü ise:

$$K(t) = \left[K_0^b - \frac{s}{n} L_0^b + \frac{s}{n} L_0^b e^{nbt} \right]^{\frac{1}{b}}$$

$b=1-a$ ise ve K_0 ilk sermaye stokudur. t 'nin büyük olduğu kolayca görülmekte ve $K(t)$, aslında $\left(\frac{s}{n}\right)^{\frac{1}{b}} L_0 e^{nt}$ gibi büyür. Yani iş gücü oranı gibi aynı büyüme

oranında olarak adlandırılır. Sermaye-iş gücü oranının eşit değeri, $r^* = \left(\frac{s}{n}\right)^{\frac{1}{b}}$ 'dir.

Bu, (6)'da $\dot{r} = 0$ koyarak doğrulanmış olabilir. Eşit oranın geniş olması, tasarruf oranının yüksek ve iş gücü arz oranı büyümesinin düşük olması mantık çerçevesinde yeterlidir.

Üretim fonksiyonunda reel ürün zaman yolunun çözümlenmesi yeterince kolaydır. Açıkçası, asimptotik olarak Y , K ve L gibi olmakta yani ilişkin n oranında büyümektedir. İş gücü oranının kişi başına düşen gerçek geliri Y/L , $(s/n)^{\frac{a}{b}}$ değerine bakmaktadır. Cobb-Douglas fonksiyonuyla gerçek şu ki $Y/L = (K/L)^a = r^a$ 'nın her zaman doğru olmasıdır. Aynı anda s/n olan K/Y 'nin eşit değerini izlemektedir. Ancak Harrod'un şartlarında K/Y sermaye katsayısı C 'dir. Böylece uzun dönem dengeli büyümede $C = s/n$ ya da $n = s/C$ 'ye sahip olacağız: oran, tesadüfen bir fark olarak değil ancak talep-arz denkleştirmeler sonucu olarak doğal gerekli orana eşittir.

Örnek 3: $Y = (aK^p + L^p)^{1/p}$, ölçüğe göre sabit getiri üretim fonksiyonlarının hepsini vermektedir. Üretimin tek bir faktörle mümkün olmasından dolayı, Cobb Douglas'dan farklıdır. Ancak bu şöyle bir nitelik paylaşır: $p < 1$ ise

jepe, 1(1), R. Solow. p.77-99.

Journal of Economics and Political Economy

sermayenin marjinal verimliliği, sermaye-iş gücü oranının sıfır yönünde azalması gibi son derece büyümecektir. $p > 1$ ise, eğriler “yanlış” dış-bükeyliği vardır; $p = 1$ olduğunda, eğriler doğru hatta, tam yerine konabilirlik; kendimi klasik azalan marjinal getiriyi veren $0 < p < 1$ haliyle kısıtlayacağım. Aksi takdirde, her iki faktörün tam istihdamında iddia etmek için zor bir şekilde akla yatkın olur.

Özellikle üretim fonksiyonunun olması için $p = 1/2$ dikkate alalım:

$$Y = (a\sqrt{K} + \sqrt{L})^2 = a^2 K + L + 2a\sqrt{KL}.$$

Temel türevsel denklem şudur:

$$\dot{r} = s(a\sqrt{r} + 1)^2 - nr. \quad (8)$$

Şu şekilde yazılabilir:

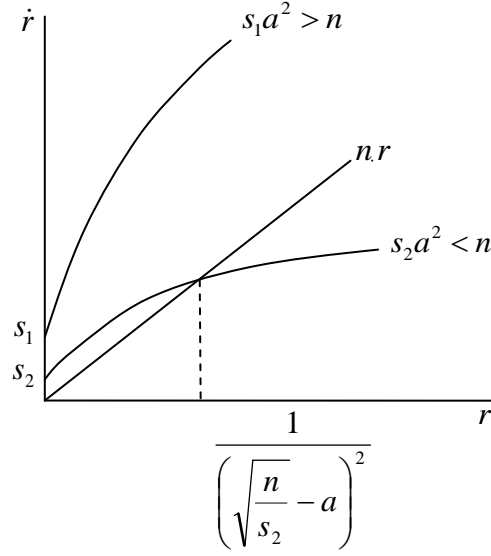
$$\dot{r} = s[(a^2 - n/s)r + 2a\sqrt{r} + 1] = s(A\sqrt{r} + 1)(B\sqrt{r} + 1)$$

$A = a - \sqrt{n/s}$ ise $B = a + n/s$ 'dir. Çözümün tamamıyla verilmesi durumunda:

$$\left(\frac{A\sqrt{r} + 1}{A\sqrt{r_0} + 1} \right)^{1/A} \left(\frac{B\sqrt{r} + 1}{B\sqrt{r_0} + 1} \right)^{-1/B} = e\sqrt{nst} \quad (9)$$

Yine de şemayı ifade etmek için daha kolaydır. Şekil 5'te gösterilen iki olasılık vardır. $sF(r,1)$ eğrisi $r=0$ olduğunda s yüksekliğinde başlamaktadır. Eğer $sa^2 > n$ ise, bir dengeli büyüme durumu yoktur: sermaye-iş gücü oranı süresiz olarak artmakta ve böylece kişi başına düşen reel ürünü oluşturmaktadır. Hızlı genişletmek için sistem oldukça verimli ve tam istihdamda tasarruf-yatırım yeterlidir. Eğer, $sa^2 < n$ ise çözüme (9) göre varılan dengeli büyüme vardır. Dengeli sermaye-iş gücü oranı, (8)'deki

$\dot{r} = 0$ koyarak bulunabilir; bu $r^* = (1/\sqrt{n/s} - a^2)$ 'dir. Bu şöyle de hesaplanabilir: Büyümenin sınır durumunda kişi başına düşen reel gelir $1/(1 - a\sqrt{s/n})^2$. Tam tersine ya da aşağıdan başlarsa, bu değere iş gücü oranının kişi başına düşen gerçek gelir artacaktır.



Şekil 5.

5. Faiz Hareketleri ve Ücret Oranları

Büyüme yörüngesi, iki yolla da bakılabilen önceki bölümlerde tartışılmıştır. Bir açıdan, nedensel anlamları yoktur ancak ne işsizlik ne de aşırı kapasiteyi gösterirse sermaye birikiminin ve gerçek ürünün gerekli olan izlenen yönü tamamen göstermektedir. Diğer bir açıdan, dengeli büyüme yolunu takip etmek için ne tür bir Pazar hareketinin model ekonomiyi etkileyeceğini sorabiliriz. Bu doğrultuda gerçek ücret ve gerçek sermayenin maliyetini aniden ayarlayan pazarı boşaltmak amacıyla, her iki büyüyen iş gücü oranı olan bu hareket şimdiden kabul edilmiş ve mevcut sermaye stoku pazarda esneksiz bir şekilde atılmaktadır. Tasarruf ve yatırım kararları ayrı olarak yapılırsa, ancak birkaç sermaye koşulunun ek marjinal verimliliğine uyulması gerekmektedir. Bu bölümün amacı, büyüme yoluna önceden çizilmiş büyüme yollarına uygun fiyat-ücret-yatırım hareketini düzenlemektir.

Sistemde yer alan dört fiyat bulunmaktadır: (1) gerçek ürün biriminin satış fiyatı (ve gerçek ürün sermaye olarak da tebliğ etmekte, bu sermaye stok biriminin transfer fiyatıdır) $p(t)$; (2) parasal ücret oranı $w(t)$; (3) sermaye stok birim zamanının birim başına düşen parasal kira $q(t)$; (4) faiz oranı $i(t)$. Bunlardan birini çıkarabiliriz. Gerçek sistemde, mutlak fiyat seviyesini belirlemekten başka bir şey olmayanla birlikte çalışmaktayız. Bu nedenle $p(t)$ 'yi yani gerçek ürün fiyatını alabiliriz. Bazen bu, p 'yi sabit olarak düşünmek için uygun olacaktır.

Rekabet ekonomisinde klasik marjinal verimliliği denklemleri gerçek ücret ve gerçek kirayı göstermektedir:

$$\frac{\partial F}{\partial L} = \frac{w}{p} \quad (10)$$

ve

$$\frac{\partial F}{\partial K} = \frac{q}{p} \quad (11)$$

Journal of Economics and Political Economy

Bu arada ölçüğe göre sabit getiri marjinal verimlilikler sadece sermaye-iş gücü oran r 'ye bağlı ve herhangi bir ölçük miktarlarına bağlı olmamasında hatırlatalım.⁷

Sermayede gerçek kira q/p faizin oranıdır. Sermaye stoku birimlerinde sermaye karlılığıdır. Sermaye sahibi, kiralayarak ve yatırım yaparak $e^{\int_0^t q/p dt}$ gibi aniden değişen oranda bileşik faiz gibi mevcutlarını arttırabilir. Tam ara kazanç şartları altında faizin parasal oranı ve malın kendi oranı

$$i(t) = \frac{q(t)}{p(t)} + \frac{\dot{p}(t)}{p(t)}. \quad (12)$$

arasında bilinen sıkı bir ilişki vardır.

Fiyat seviyesi, sabit durumdaysa kendi oranı ve faiz oranı denk gelecektir. Fiyat seviyesi düşüyorsa malları tutmak için insanları ikna etmek için kendi oranı faiz oranını aşmalıdır. Kesin ilişki (12)'deki gibi pek çok yolla görülebilir: Kişi kısa zaman için parayı ödünç verebilir ve $t+h$ 'ye kadar söyleyebilir ve faizde $i(t)h$ 'yi yaklaşık olarak kazanabilir ya da $1/p$ ürün birimlerini satın alabilir, $(g/p)h$ kiralalarını kazanabilir ve sonra satabilir. İlk durumda $1+i(t)h$ 'ye dönem sonunda sahip olacak; ikincisinde $(q(t)/p(t))h + p(t+h)/p(t)$ sahip olacaktır. Denklemden bu iki alacak eşit olmalı;

$$1 + i(t)h = \frac{q(t)}{p(t)} h + \frac{p(t+h)}{p(t)}$$

ya da

$$i(t)h = \frac{q(t)}{p(t)} h + \frac{p(t+h) - p(t)}{p(t)}.$$

Her iki tarafı da h ile bölerek ve h 'yi sıfır eğilimine getirerek (12)'yi alırız. Böylece bu durum sermaye stoku ya da borç verilebilir fonlar şeklinde arazi malının çekiciliği denkleştirmektedir.

(12) Modelimizdeki türetmenin ve artmanın rolünün kavrayışının başka yolu $p(t)$ 'yi dikkate almaktır sermaye biriminin transfer fiyatı net kiralardan gelecek dizisinin şimdiki

⁷ Serbest rekabetin eksen ucunda, kişisel firmaların U-biçimli ortalama maliyet eğrileri olsa bile en iyi benzer firmaların giriş ve çıkışının sadece meydana getirdiği toplam üründe değişimleri anlayabiliriz. Öyleyse toplam ürün sabit maliyette üretilmektedir. Gerçek şu ki, küçük değişimler için yaklaşık olarak sabit maliyette, küçük firmaların oranla geniş sayısının her üretiminden dolayı, ölçüğe göre sabit getiriyi gösterecek olan toplam üretim fonksiyonunu hatasız tanımlayabiliriz. Küçük sapmalar olacaktır çünkü toplam üretim fonksiyonu en iyi firmanın büyüklüğünden daha küçük üründe geçerlilik süresi değişimler tam anlamıyla değildir. Ancak bu çırpıntı önemsiz olarak bakılan uzun dönem çözümleme olabilir. Bir kişi, daha çok evrensel teknelci rekabetin genel varsayımına uyumlu modeli düşünmektedir. Ancak bu yöntem üzerinden geçmez.

İnsan doğal olarak bu modeli evrensel teknelci rekabetin daha genel varsayımlarına uyarlamayı düşünür. Ama yukarıdaki araç başarısızlığa uğrar. Eğer sanayi, benzer büyük-grup tanjant dangedeki benzer firmalardan müteşekkil ise, o zaman, sadece firma sayısındaki değişiklikler yoluyla üretimdeki değişimlerin gerçekleşebileceği kısıtına tabi olunur ki ancak belki böyle bir sabit-maliyet toplam üretim fonksiyonu tanımlanabilir. Ancak bu yapı büyük ölçüde alakasız değildir. Zira süreksizliği görmezden gelmek isteyip ayrılabilir kabul etsek dahi, böyle bir fonksiyonun kısmi türevleri tek tek maliyet eğrisinin düşen dalında yer alırken buna mukabil rekabetçi durumda her firma yerel sabit maliyette üretim yapmakta idi. Teknelci rekabeti toplamcı modellere uygulamak hala zor bir problem olarak durmaktadır. Örneğin, metindeki marjinal ürün denklemlerinin değeri marjinal gelir-ürün ilişkileri üzerinden gitmek zorunda kalacaktı ki buna karşı, talep eğrilerinin açık mevcudiyetini gerektirecektir. Burada çok daha fazla deneye ihtiyaç vardır ve daha fazla gerçekçilikte ödül olacaktır.

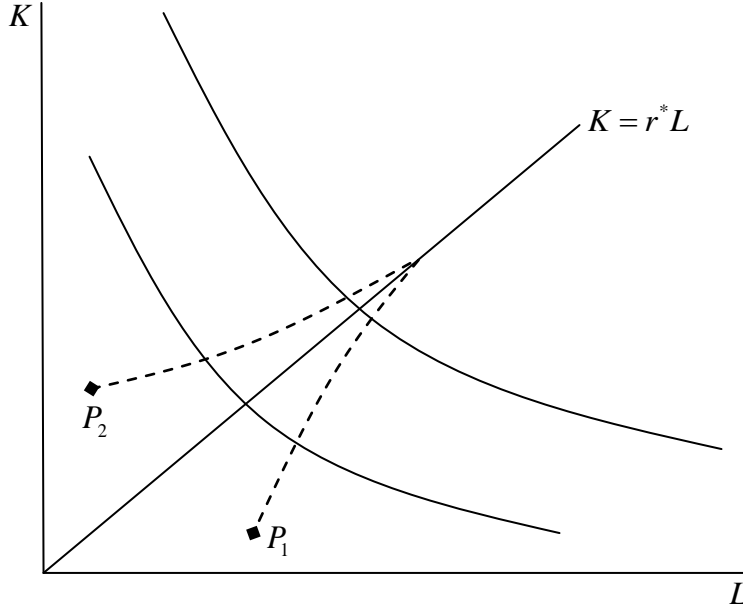
Journal of Economics and Political Economy

değerine eşit olmalıdır. Böylece tam öngörüyle gelecek kiralalar ve faiz oranları şunlardır:

$$p(t) = \int_t^{\infty} q(u) e^{-\int_t^u i(z) dz} du.$$

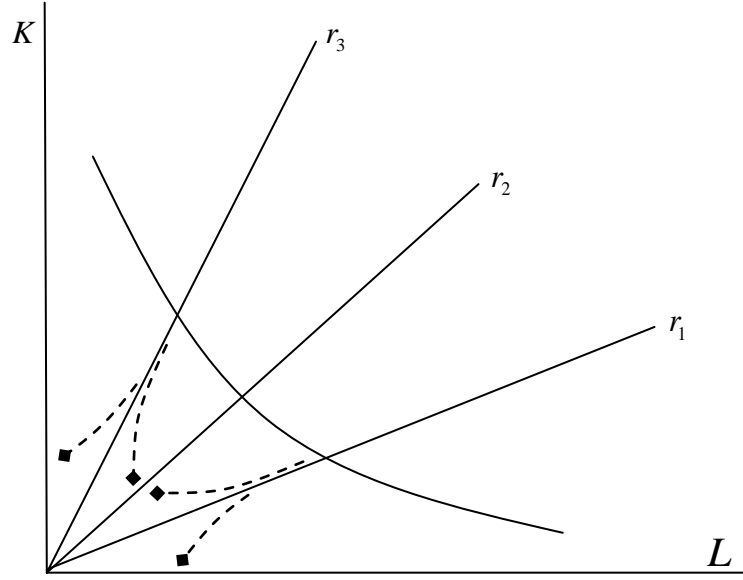
Verimlere göre farklılaşma (12). Böylece modelimizin dar sınırları içinde (özellikle, risk olmadan sabit ortalama tasarruf eğilimi ve mali olmayan komplikasyonlar) tam ilişkide faiz parasal oranı ve sermaye sahiplerine getiri, fiziksel durumda sermaye stokunu tutmak için toplum rıza etmek gerekir. Risk eksikliği ve değişkenlik özellikle mal tercihleri eksikliği kendisini göstermektedir.

Verilen mutlak fiyat seviyesi $p(t)$, denklemler (10)-(12) diğer üç fiyat değişkenini tanımlamaktadır. Hareketliliği sayesinde bilinen özel büyüme oranı bir kere de hesaplanabilir.



Şekil 6.

Göstermeden önce IV bölüm örneklerinde hesaplamaların nasıl olacağıdır. Grafikselleştirilerek özellikle sabit dengeli büyüme olduğunda genel bakış almak mümkündür. Ürün fonksiyonunun $F(K,L)$ ve birkaç büyüme yollarının olağan eş ürün haritası Şekil 6'da çizilmiştir. r^* eğimiyle başlangıçtan itibaren olarak sermaye-işgücü oranı r^* Şekil 6'da gösterilmektedir. Sabit asimptotik bir r^* oranı olduğunu varsayalım; öyleyse tüm büyüme yolları rastgele başlangıç koşullarından çıkararak düzeyde ışına yaklaşmaktadır. Bu iki yol gösterilmekte ve başlangıç noktaları P_1 ve P_2 'den çıkmaktadır.



Şekil 7.

Şekil 1'den bu yana r 'den r^* 'a yaklaşım monotondur. Yollar Şekil 6'da gösterilen gibi olmalıdır. Başlangıç sermaye-iş gücü oranı denge değerinden yüksek ise, oran düşer ve tam tersi olur.

Şekil 7, Şekil 2'ye benzemektedir. Üç denge ışını vardır. Ancak içteki değişkendir. İç ışın, diğerlerine neden olan sabit ışınların birine yol gösteren başlangıç koşullarında ara hattır. Tüm yollar elbette geriye eğilmeden yukarı ve sağa doğru kaymaktadır; K ve L her zaman artar.

Okur büyüme yollarının sırasıyla $r \rightarrow \infty$ ya da $r \rightarrow 0$ belirterek dik ya da yatay ışınlara yatay geçtiği Şekil 3'e benzeyen şemayı çizebilir. K ve L 'yi tekrar belirtirim böylece Y hep yükselir. Ancak $r \rightarrow 0$ ise Y/L azalacaktır.

Şimdi ölçüğe göre sabit getiriden dolayı başlangıçtan ışın boyunca eş ürün eğiminin sabit olduğunu biliyoruz. Bu marjinal ürünlerin sadece faktör oranına bağlı halini belirtmektedir. Ancak rekabette eş ürün eğikliği faktör fiyatlarının oranını yansıtmaktadır. Böylece Şekil 6'da a ya sabit r^* , w/q denge oranını karşılamaktadır. Ayrıca, eş ürünlerin normal dışbükeyliği var ise, r 'nin r^* 'a yükselmesi, w/q oranının sınırlı değere yükselmesi apaçık bellidir. r düşerse tam tersi olmaktadır.

Sabit olmayan durumda, r sonsuz ya da sıfır eğiliminde ise w/q sonsuz ya da sıfır eğiliminde olabilir. Tam tersi eş ürünler, dikey ve yatay arasında orta derece uç eksenlere gelirse, w/q faktör fiyatı oranı son sınır eğiliminde olacaktır.

İlgili r değerinde, $F(r, I)$ sermayenin marjinal verimliliği olan eğrinin eğimini belirtmek için bu kullanışlı da olabilir. Böylece 1, 2 ve 3. şekillerde q/p gerçek kira birimi planı çizilebilir. $F(r, I)$ çizimlerinde s faktörünün azalttığını böylece eğrinin eğimi olduğunu hatırlayalım. $F(r, I)$, Y/L 'yi, sermaye-iş gücü oranı fonksiyonu olarak iş gücü başına düşen ürünü göstermektedir.

Genel olarak sabit büyüme yolu olursa, gerçek ücret ya da gerçek kirada düşüş hiçbir biçimde katastrofik olamamaya gereksinim duymaktadır. İlk işgücü kıtlığı (denge oranıyla rekabet) var ise gerçek ücretin düşmesi gerekecektir. Yüksek oran, düşük denge oranını düşük eğikliği korumak için ve iş gücü oranını arttıracaktır. Böylece daha çok gerçek ücretin düşmesi gerekecektir. Ancak düşüş sonsuz değildir.

jepe, 1(1), R. Solow. p.77-99.

Journal of Economics and Political Economy

Söz, bu sonucun sürekli olarak düşük faiz oranının dengeyi sürdürmesi gerekli olan doğrudan Harrod'un⁸ konumuna ters düşen söz için John Chipman'a minnettarım.

Faktör fiyatlarında olumsuz değişimler Harrod-Domar durumunda görülmektedir. Ancak üstlenilen özel sabit yüzdeliklerin sonucu olarak tekrarı durumundadır. Harrod modelindeki⁹ fiyat hareketliliğini başka bir yerde tartışmışım. Ancak orada sadece fiyat düzeyini ve faiz oranını belirtmiş ve faktör fiyatlarının değerlendirmesini yapmadım. Aslında söyleyebileceğim tek bir şey var. Harrod durumundaki eş ürünler dik açılı köşelerdir ve bu bize tüm hikâyeyi açıklamaktadır. Şekil 4'e geri dönerek, gözlemlenen sermaye-iş gücü oranı a/b 'den büyük olursa, sermaye kesinlikle gereksiz olur. Marjinal ürünü sıfırdır ve ürünün tüm değeri iş gücündedir. Böylece $q=0$, $bw=p$ ve $w=p/b$ olmaktadır. Gözlemlenen r , kesinlikle fazla olan a/b 'den daha az ise $w=0$, $q=p/a$ olmaktadır. İş gücü ve sermaye sadece dengede olmalı ise $r=a/b$ olmaktadır. Sonuçta ayrı bir şekilde iş gücü ya da sermayeye her bir ücretin belirli kısmını vermek mümkün değildir. p ürün biriminin toplam değeri, a sermaye birimlerinin ve b iş gücü birimlerinin (her iki faktör de sınırlı) karmaşık miktarının geri verileceğinden hepimiz emin olabiliriz. Böylece w ve q herhangi bir değer sadece $aq+bw=p$, $aq/p+bw/p=1$ haline bağlıdır. Şekil 4'te herhangi bir yerinde ancak $r=a/b$ 'de hem sermaye hem de iş gücü fazla olmalı ve a/b faktör ücretlerinde sınırsızdır. Ayrıca $r=a/b$ özel durumlarında böyledir.

Şimdi Cobb-Douglas halini görelim: $Y = K^a L^{1-a}$ ve $q/p = a(K/L)^{a-1} = ar^{a-1}$. Böylece $w/q = \frac{1-a}{a}r$ 'dir. Gerçek faktör fiyatlarının kesin zaman yolları, (7) çözümünden zorluk çekmeden hesaplanabilir ancak bunlar özel faiz değeridir. Önceden görmüştük ancak sınırlanan bu sermaye-iş gücü oranı $(s/n)^{1/1-a}$ 'dır. Böylece dengeli gerçek ücret oranı $(1-a)(s/n)^{a/1-a}$ ve dengeli gerçek kira an/s 'dir. Bu sonuçlar niteliksel olarak kabul etmemiz gereken sonuçlardır. Cobb-Douglas fonksiyonuyla her zamanki gibi, gerçek üründeki iş gücü paylaşımı sabittir.

Üçüncü örneğimiz birkaç özellik taşımaktadır. $Y = (a\sqrt{K} + \sqrt{L})^2$ 'den $\partial Y / \partial L = a\sqrt{\frac{K}{L}} + 1 = a\sqrt{r} + 1$ hesaplayabiliriz. Dengeli büyüme durumunda olan (IV seçeneğinin sonunu gör) $r^* = \left(\frac{1}{\sqrt{n/s} - a} \right)^2$; bu nedenle sınırlı gerçek ücret $w/p = \frac{1}{\sqrt{n/s}} + 1 = \frac{1}{1 - a\sqrt{s/n}}$ 'tir. Daha önce bu dengeli büyüme $Y/L = \left(\frac{1}{1 - a\sqrt{s/n}} \right)$ olarak hesaplanmıştır. Ama emeğin

⁸ Pilvin'in, *Journal*, Nov. 1953, p.545'te yayınlanan bir makaleye yaptığı yorum.

⁹ R. M. Solow, "A Note on Price level and Interest Rate in a Growth Model," *Review of Economic Studies*, No.54 (1953-54), pp.74-78.

görelî payı $(w/p)(L/Y) = 1 - a\sqrt{s/n}$ 'dır. Bu, Nispi paylar, sadece üretim fonksiyonuna bağılı s ve n 'nin serbest olmasında Cobb-Douglas konusu gibi değıildir. Aslında bunlardan biri olurdu. Hızlı iş gücü oranı, denge büyümesinde gerçek ücret olan azı yükseltmektedir. Ancak düşük gerçek ücret hala gerçek gelirin geniş iş gücü oranının büyük payını bırakmaktadır.

6. Tutarlar

Yansız Teknolojik Gelişme: Üretim fonksiyonunda zamanla tamamen plansız değıişmeler temelde tasarlanılabılır. Ancak bu değıişmeler güçlükle muhtemelen sistematik sonuçlara yol açmaktadır. Özellikle artan ölçek katsayısıyla üretim fonksiyonunu kolay bir şekilde çarpan teknolojik değıişmenin kolay türüdür. Böylece (2)'yi değııştirmek için;

$$Y = A(t)F(K, L). \quad (13)$$

Eş ürün haritası değıişmemiş olarak kalmakta ancak ürün numarası $A(t)$ ile çarpılan her eş ürün almaktadır. Dengeli sermaye-iş gücü oranı olan (şimdi tam değıişen) bu yol, $sF(r, l)$ büyüme fonksiyonuyla Şekil 1 gibi şekilde gösterilmektedir.

Cobb- Douglas durumu çok basit bir yolla çözmektedir. $A(t) = e^{gt}$ 'yi alalım öyleyse temel türevsel denklem şöyle olur:

$$\dot{K} = se^{gt} K^a (L_0 e^{nt})^{1-a} = sK^a L_0^{1-a} e^{(n(1-a)+g)t},$$

bunun çözümü şudur:

$$K(t) = \left[K_0^b - \frac{bs}{nb+g} L_0^b + \frac{b}{nb+g} L_0^b e^{(nb+g)t} \right]^{1/b}$$

tekrar $b=1-a$ olduğunda olur. Uzun dönemde sermaye stoku, ilgili $n+g/b$ oranında (teknolojik olmayan değıişim durumunda n 'ye karşılık) yükselmektedir. Gerçek ürün artışının olası oranı $n+ag/b$ 'dir. Sadece n 'den hızlı değıil, ($a>1/2$ ise) $n+g$ 'den de hızlı olabilir. Sebebi elbette yüksek ürünün, hala çoğalan büyüme oranını birleştiren daha çok tasarruf ve yatırım olması demektir. Şu an gerçekten sermaye- iş gücü oranı, dengeli değıere varmakta sonsuza kadar da büyümektedir. İlk artan yatırım kapasitesi, iş gücü büyüme oranının her yukarı çıkmasında elbette uyumlu değıildir. Bu nedenle K/L daha büyük olmakta ve zamanla g/b oranında büyümektedir. İlk önce sermaye-iş gücü çok yüksek ise, ilk olarak bu düşebilir. Ancak zamanla çoğalmakta ve asimptotik hareketi olarak tanımlanmaktadır.

Sermaye-iş gücü oranı ilk olarak sınırsız artmasından dolayı, oranın gerçek ücretinin ilk olarak artması ve artışta kalmasını izlemektedir. Bunun tam tersi, Cobb-Douglas fonksiyonunun önemli özelliğı, $1-a$ 'da olası iş gücü payının sabit olmasıdır. Diğer önemli yapısal durumlarda şimdiden söylenilen şu sonuç çıkmaktadır: Örneğın, ilk olarak Y 'nin $n+ag/b$ oranında ve K 'nin $n+g/b$ oranında büyümesinden dolayı, K/Y sermaye katsayısı, $n+g/b-n-ag/b=g$ oranında büyümektedir.

İş gücü Oranı: Genel olarak, kişi gerçek ücretin ve zamanın (iş gücü oranının büyümesinden bu yana) iş gücü arz fonksiyonunu yapmak isteyebilir. $L=L_0 e^{nt}$ önemli bir varsayım yaptık. Yani, iş gücü- arz eğrisi, iş gücü oranı yönüyle birlikte gerçek ücret ve vardiyalar bakımından tamamen esneksizdir. Bunu, herhangi bir iş gücü oranının hacminin gerçek ücrete bağılı oranın sunduğunu bir şekilde varsayarak genelleleyebiliriz. Şekil olarak

$$L = L_0 e^{nt} \left(\frac{w}{p} \right)^h. \quad (14)$$

Tanımlanan bu varsayımın diğer bir yolu, sabit esneklik eğrisinin şişiren hacmi olduğunu dikkate almaktır. Detaylı çözümlemede, belirli iş gücü arzı örneğinin çok yüksek gerçek ücretlerde değiştirilmesi gerekmektedir. Verilen iş gücü oran hacminden itibaren, sağlanabilen iş gücü miktarına karşı yüksek limit vardır (14) bunu yansıtmamaktadır.

(6) Sermaye-iş gücü oranı için önceki türevsel denklemimiz şimdi bir şekilde daha çok karışmaya başlamaktadır. Şöyle ki sadeleştirmek için fiyat seviyesini sabit yaparsak:

$$\dot{r} = sF(r,1) - nr - h \frac{\dot{w}}{w}. \quad (6a)$$

(6a)'ya marjinal verimlilik (10) $\frac{\partial F}{\partial L} = \frac{w}{p}$ halini eklemeliyiz. Sadece r 'ye bağlı marjinal iş gücü ürününden itibaren w 'yi çıkarabiliriz.

Ancak belirsizlik komplikasyonlara yol açmakta ve bunun yerine izlenebilir Cobb-Douglas fonksiyonuna tekrar dönüyorum. Bu durum için (10) şöyle olur:

$$\frac{w}{p} = (1-a)r^a$$

ve böylece

$$\frac{\dot{w}}{p} = a \frac{\dot{r}}{r}$$

olur.

Küçük bir uygulamadan sonra (6a), esnek iş gücü arzının bir şeyleri nasıl değiştirdiğini gösteren biraz kavramayı veren

$$\dot{r} = (sF(r,1) - nr) \left(1 + \frac{ah}{r} \right)^{-1},$$

yazılabilir. İlk yerde, sağ taraf sıfır olduğunda dengeli büyümenin denge durumu hala bulunmaktadır. Hala sabit ve herhangi bir ilk koşullardan yaklaşmıştır. Ayrıca, dengeli sermaye-iş gücü oranı değişmemiştir; çünkü \dot{r} önceden de sıfır olmaktadır. Bu elbette her zaman olmayacak; önemli iş gücü (14) şeması sonucudur. r pek çok aynı yolda hareket etmesinden itibaren, yani bu gerçek ücret gibi sadece r 'ye bağlı tüm birimlerde olacaktır.

Çözüm arayan okur, iş gücü oranı gibi benzer n oranında gelişecek olan uzun dönem sermaye stoku ve gerçek ürünü üzerinden detayları gösterebilir. Genel olarak $L = G(t, w/p)$ varsayarsak, (6)'nın şekli şöyle olacaktır:

$$\dot{r} = sF(r,1) - \frac{r}{G} \left(\frac{\partial G}{\partial t} + \dot{w} \frac{\partial G}{\partial (\frac{w}{p})} \right). \quad (6b)$$

Eğer, $\dot{r}=0$ ise, $\dot{w}=0$ olur ve dengeli sermaye-iş gücü oranı şöyle gösterilebilir:

$$sF(r,1) = \frac{r}{G} \frac{\partial G}{\partial t}.$$

(14) halindeki gibi $1/G \partial G/\partial t$, her zaman n 'ye eşit olmamalı ise, esnek iş gücü arz girişi dengeli sermaye-iş gücü oranını etkileyecektir.

Değişken tasarruf oranı: Şu ana kadar, modelde ne olduysa, hem iş gücü oranı ve sermaye stokunun büyümesi her zaman olmuştur. Mutlak sabit gibi tasarruf oranının alınmasından dolayı sermaye stokunda büyüme kaçınılmazken iş gücü oranının büyümesi dışsal olarak verilmiştir. Gerçek gelir pozitif olduğu sürece, pozitif net sermaye birikimi sonuç olmalıdır. Bu Ricardo-Mill durağan halinin olasılığını reddetmekte ve sermaye verimliliğine bağlı izin verilen tasarruf oranı denemesini göstermektedir. Gelir pozitif olduğunda tasarruflar sıfıra düşebiliyorsa, en azından sabit olmaya son vermek için net yatırım adına ve sermaye stoku adına mümkün olmaktadır.

Faiz oranını azaltmak ya da sermaye etkisini sağlamak için en basit yol, tasarruf hacmini, sermaye sahiplerinde gerçek getiriye bağlı tasarruf gelir bölümünü oluşturmaktır. Böylece toplam tasarruf $s(q/p)Y$ 'dir. Ölçeğe göre sabit getiri ve rekabet altında, gerçek kira sadece sermaye-iş gücü oranına bağlı olacaktır. Bu nedenle r fonksiyonunda tasarruf oranını kolayca değiştirebiliriz.

Herkes, faiz oranının tasarruf hacmindeki her alanda gerçekten bağımsız bir etkisi olup olmadığını var ise hangi yönde olduğunu hem teorik hem de ekonometrik bir sonuca varmayan tartışmalara aşınadır. Bu deneme amacıyla, doğal varsayım ancak, olumlu sermaye niteliğine (bu nedenle sermaye-iş gücü oranında tersi olarak) bağlı tasarruf oranını yapmaktır.

Kolaylık için, marjinal verimlilik yoluyla q/p 'den geçen r basamağına ve $s(r)Y$ olarak tasarrufun basit şekilde yazılmasına geçmeme izin verin. Öyleyse teoride tek değişiklik temel eşitliğin olmasıdır.

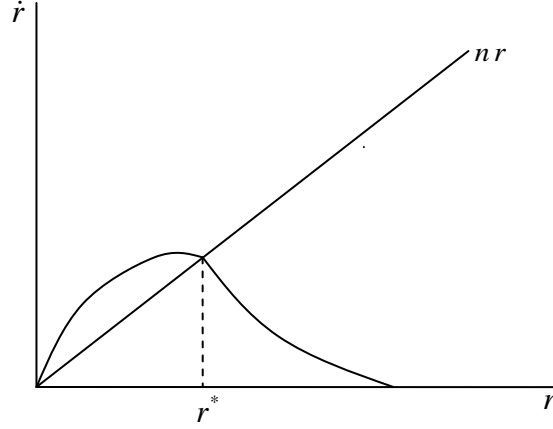
$$\dot{r} = s(r)F(r,1) - nr. \quad (6c)$$

Grafiksel uygulama, $s(r)$ değişken faktörü hesaba katmamızın dışında öncekiyle benzer konumdadır. r 'nin yeteri kadar büyük olabileceği gibi $s(r)$ sıfır olmaktadır. (Şayet bu durum olacaksa, ilki tasarrufun durdurduğu gerçek kiranın çok düşük olması, ikinci ise üretim fonksiyonu ise öyle ki çok yüksek sermaye- iş gücü oranı, kritik değere gerçek getiriye sürecektir. Tüm üretim fonksiyonu ikinci koşulu yerine getirmemektedir.) Eğer öyleyse, $s(r)F(r,1)$ yeterince büyük olan r için sıfır olacaktır. $F(0,1)=0$ ise bu demektir ki üretim olmadan sermaye mümkün değildir. Öyleyse $s(r)F(r,1)$ başlangıçta tekrar sıfıra düşmelidir. Tasarruf oranının ne kadar yüksek olduğu önemli değildir. Her ikisi de zorunlu değildir. Şekil 8 olası resmi göstermektedir. Genel olarak r^* , dengeli sermaye- iş gücü oranı, (6c)'de $\dot{r}=0$ 'ı koyarak bulunmaktadır. Şekil 8'de denge sabittir. Sonuç olarak sermaye ve ürün iş gücü oranı gibi aynı oranda büyüyecektir.

Journal of Economics and Political Economy

Genelde $s(r)$ büyük r için sıfır olmaktadır. Şekil 3'teki gibi sermaye-iş gücü oranında yükselen denetimsiz sonsuz olasılığı çıkartmaktadır. Bunu yapmak için tasarruf oranının sıfıra düşmesi gerekmektedir. Düşmeliyse de, sabit olan nr ile son kesişmeyi garantilemiş olduk.

Herhangi bir $s(r)$ özelliğini sabit tasarruf oranıyla karşılaştırsak iki eğri, önceki $s(r)$ sabit oranına eşit olan r değerinden geçecektir. Sağ yönünde yeni eğri aşağı doğru uzanacak $s(r)$ 'nin azalan fonksiyonunu varsayıyorum) ve sola doğru önceki eğri üzerinde uzanacaktır. r^* dengesinin öncekinden daha çok hem büyük hem küçük olabileceği örneğinden kolayca görülmektedir.



Şekil 8.

Şekillerin ve modellerin geniş çeşitliliği olasıdır. Net etkisi de dengeli olma eğilimindedir. Düşük olduğunda tasarruf uyarılmaktadır.

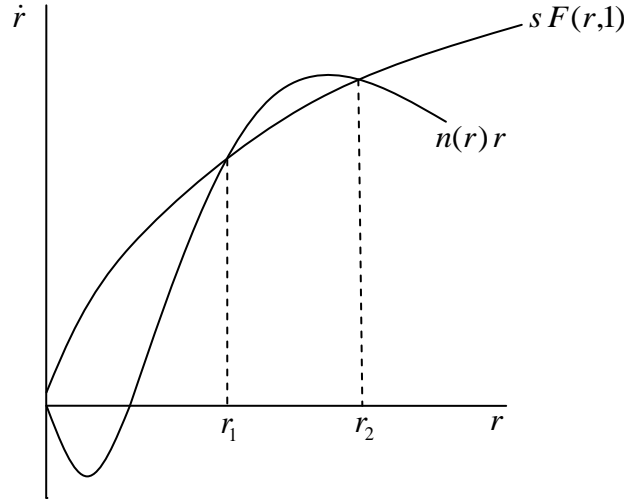
Durağan hal olasılığı hala bulunmamaktadır: Tasarruf ve ne sermaye birikimine göre r çok yüksek olması gerektiğinde iş gücü oranının devam eden büyümesi sonuç olarak düşürmelidir.

Vergilendirme: Meslektaşım E. C. Brown, çözümleme üzerinde hepsinin, gelir vergisinin etkilerini yerleştirmeye uzanabilirliğini bana göstermektedir. En basit durumda, t oranında orantılı gelir vergisi konmuş resim ve vergiler halini varsayalım. Gelirler tamamen sermaye şekline yönelik ise, tasarruf-yatırım (1) birimi şöyle olur:

$$\dot{K} = s(1-t)Y + tY = (s(1-t) + t)Y.$$

Bu, etkili tasarruf oranı s 'den $s+t(1-s)$ 'yi yükseltmektedir. Vergi gelirleri açıkça tüketilirse, tasarruf oranı s 'den $s(1-t)$ 'ye azalmaktadır. Vergi gelirlerinin v bölümü yatırılmış ve gerisi tamamen harcanmışsa, durumun geliri küçük ya da büyük kısmı özel ekonomiden çok yatırım yaptıkça tasarruf oranı, s 'den küçük ya da büyük olan $s+(v-s)t$ 'ye değişmektedir. Şekil 1'deki gibi etkiler şemaları takip etmektedirler: $sF(r, I)$ eğrisi, eşit oranda büyütülmüş ya da küçültülmüş ve dengeli sermaye-iş gücü oranı paralel olarak yeri değiştirilmektedir. Orantısız vergiler daha zor bir şekilde birleştirilebilir ve çizimlerde daha çok ilgi çekici ayrıntılar vermektedir. Elbette, gelir vergisinin olması belli yolda fiyat- ücret ilişkilerini etkileyecektir.

Değişken Nüfus Büyümesi: İlgili nüfus oranının işlemi yerine sabit olarak yükselmektedir.



Şekil 9.

Klasik olarak daha çok sistemin içsel değişkenini oluşturabiliriz. Özellikle kişi başına milli gelir ve tüketim seviyesine ya da hatta gerçek ücret oranına bağlı \dot{L}/L 'yi varsayarsak, genelleme uygulama ile kolaydır. $Y/L=F(r,1)$ verdiği kişi başına milli gelirden itibaren sonuç $n=n(r)$ olduğu iş gücü büyüme oranı ve tek sermaye-iş gücü oran fonksiyonudur. Temel türevsel denklem şöyledir:

$$r = sF(r,1) - n(r)r.$$

Şekil olarak tek farklılık nr ışınının eğri içine kıvrılmış olması ve onun şekli, nüfus büyümesiyle gerçek gelirin bağıllığı arasında ve gerçek gelirle sermaye-iş gücü oranı arasındaki kesin durumuna bağlıdır.

Örneğin şunu varsayalım: kişi başına düşen gelirin çok düşük seviyeleri için ya da gerçek ücret nüfusu azalma eğilimindedir; gelirin yüksek seviyeleri için bu artmaya başlar ve gelirin yüksek seviyesi için nüfus büyüme seviye oranı yok ve azalmaya başlar. Sonuç Şekil 9 gibi bir şey olabilir. Dengeli sermaye-iş gücü oranı r_1 sabit ancak r_2 sabit değildir. Kişi başına düşen milli gelire ilişkin seviyeler $F(r,1)$ şeklinden okunabilir. İlgili sermaye-iş gücü oranı r_2 den az ise sistem kendisini r_1 'e dönüştürme eğiliminde olacaktır. İlgili oran, bir türlü kritik seviye r_2 üzerinden yükseltilebilirse, kendi kendine devam eden yükselen milli gelir aşaması başlatılırdı (ve nüfus hala büyümeye devam edecekti). Bu durumla ilgili en önemli şey, tam bölünmezliklerde ya da artan dönüşümlerde nasıl olacağını göstermektedir. Bu durum, sadece durağanlığa neden olan küçük çaplı sermaye birikiminde oluşabilir. Ancak geniş çapta yatırım yükselmesi, gelirin ve kişi başına sermayenin kendi kendine büyümedeki sistemi yükseltebilir. Okur diğer olasılıklarda çözüm arayabilir.

7. Nitelikler

Denge durumunun ikili özelliği ve sürtünmesiz, rekabetçi, nedensel sistemde özellikle tam istihdam ekonomisidir. Modern Keynesçi gelir çözümlemesine giden tüm zorluklar ve esnemezlikler bir kenarda paraleldir. Bu sorunların olmaması, bunların uzun dönemde ne önemli ne de önemsiz olması benim iddiam değildir. Amacım, ekonomik büyümenin gergin ip görünüşü olarak görmeyi incelemek ve üretimin basit modelini göstermesiyle ilgili daha esnek varsayımları görmektir. İstihdam ve aşırı

jepc, 1(1), R. Solow. p.77-99.

Journal of Economics and Political Economy

kapasite altında ya da bunların karşısı herhangi önceki yetersiz nedenleri ya da aşırı toplam talebe hala atfedilmiş olabilir. Ancak bu daha az kolaylıkla dar bir dengeden herhangi bir sapmaya karşılıktır.

Bu son bölümde, sadece tam istihdama yönelik birden fazla engelden söz etmek ve bunların neo-klasik modeli nasıl etkilediğini belirtmek isterim.¹⁰

Sabit Ücretler: İş gücü arzla ilgili bu varsayım sadece önceden oluşturulmuş olanın tam tersidir. Gerçek ücret $\frac{\bar{w}}{p}$ seviyesinde tutulmaktadır. İstihdam seviyesi, bu seviyedeki iş gücünün marjinal ürününü tutması gibi olmalıdır. Marjinal verimliliğin sadece sermaye-iş gücü oranına bağlı olmasından itibaren, düzenlenen gerçek ücret ayarlarını r ya da \bar{r} 'nü izlemektedir. Böylece $K/L = \bar{r}$ olur. Şimdi ise değişken olarak r 'yi kullanmamızın bir anlam yoktur. Son cümlede yer alan (3)'e geri dönelim. Yani:

$$\bar{r} = \dot{L} = sF(\bar{r}L, L),$$

ya da

$$\frac{\dot{L}}{L} = \frac{s}{\bar{r}} F(\bar{r}, 1).$$

İstihdamın $(s/\bar{r})F(\bar{r}, 1)$ oranında üssel olarak yükseleceği anlamına gelmektedir. Bu oran "n" den düşük olursa iş gücü büyüme oranı, işsizlik gelişecek ve yükselecektir. $s/\bar{r}F(\bar{r}, 1) > n$ ise iş gücü kıtlığı sonucu çıkacak ve büyük olasılıkla gerçek ücret zamanla esnek bir biçimde artmaya başlayacaktır. Normalde ($\dot{r} < 0$) azaltma eğiliminde olan sermaye-iş gücü oranına (\bar{w}/p) denk düşerse işsizlik büyür ve tam tersi olur anlamına gelmektedir. Şemalarda $s/\bar{r}F(\bar{r}, 1)$, \bar{r} 'deki $sF(r, 1)$ eğrisine karşı başlangıçtaki sadece ışın eğimidir. Bu eğim n 'den düz ise işsizlik artmaktadır. Dik ise, iş gücü kıtlığı büyümektedir.

Likidite Tercihi: Dikkatli bir şekilde hareket edilmek üzere oldukça karışık bir konudur. Ayrıca Tobin tarafından yazılan sayfa, içerdiği mülk tercihleriyle bağlantılı dinamikliğin yeni ve etkili çözümlerinden söz etmiştir. Ham olsa bile neo-klasik modelde değme noktasını tamamen dikkate alırım.

Genel fiyat seviyesini tekrar sabit olarak alarak (şimdi doğal olmayan), işlem amaçlı nakit para talebi, Y gerçek ürüne bağlı olacak ve elde tutulan nakitle elde tutulan sermaye stoku q/p gerçek kiraya bağlı olacaktır. Verilen çok miktarda para ile bu Y ile q/p ya da K ile L arasında ilişkiyi sağlamaktadır. Örneğin;

$$\bar{M} = Q\left(Y, \frac{q}{p}\right) = Q(F(K, L), F_K(K, L)) \quad (15)$$

Uygulamada K sermayeyi temsil etmektedir. Esnek ücretler yoluyla iş gücü tam istihdamın önceki varsayımında, $L = L_0 e^{nt}$ 'yi koyabilir ve $K(t)$ 'yi ya da kullanılan sermaye donatımı için (15)'i çözebiliriz. $K(t)$ ve L 'den 'yi hesaplayabiliriz böylece toplam tasarruf $sY(t)$ olmaktadır. Ancak bu net yatırımı sunar (peşin ücret gibi olmayan para sermaye olarak bulunmalıdır). Şu anki sermaye stoku and yatırım akışı,

¹⁰ Bu problemin çok daha kompleks ve zarif bir analizi için, J. Tobin tarafından yazılan, *Journal of Political Economy*, LXII (1955), 103-15'teki makaleye bakılabilir.

Journal of Economics and Political Economy

sermaye hizmetleri için aşırı arz ve talebi ölçmeye $K(t)$ ile karşılaştırılabilen uygun sermaye stokunu tanımlamaktadır.

Kullanılmayan para için talebin yer aldığı bilinen “engel” halinde, birkaç olumlu faiz oranında son derece esnek olmaktadır. Sabit ücretlerin üzerinden bakıldığı gibi bakılabilen sabit faktör fiyatımız vardır. Faiz oranı, dengeli sermaye-iş gücü oranıyla ilgili seviye üzerinde bir yerde sabit kalırsa, sonuç sermayenin eksik kullanımı olacaktır.

Ancak besbelli gerçek neo-klasik modeli koşullarında bu durumu tanımlamak için burada kesin olan denemenin anlamsızlığıdır. Çünkü bir kişi gerçek tüketim ve yatırımda parasal faktörün doğrudan eğilimini daha fazla atlayamaz. Sorun, peşin para ile sermaye stoku arasındaki aktif varlıkların dağıtımını olduğunda para birim değerinin fiyatı önemli bir değişken olmakta ve parasal dinamiklik için ihtiyaçta hile ile kurtulma yoktur.

Siyasal Çıkarımlar: Ekonomik istikrarın uygulamalı sorunlarında önceki oldukça kuramsal çözümlene yönünü tartışmak üzere en zor yerdir. Alabildiğiniz kadar neo-klasiği anlatmış oldum. Bunun bir bölümünün siyasi tarafı bulunmaktadır. Tam istihdamı sürdürmek için kasti fiil olabilir. Ancak ağır sermaye birikimi, az tüketen hızlı büyüme ya da birkaç birleşmeyle ilgili olarak yüksek istihdamı isteyip istemeyeceğini seçmek için tam istihdama karşı yolların çeşitliliği, vergi yoluyla, gider ve para politikası halka bir zaman kaybı bırakmaktadır. Ciddi bir güçlük olmadan taşınabilen bir tür politikayı (örneğin; ucuz para ve bütçe fazlası) savunduğum anlamına gelmez. Ancak daha çok esnek büyüme modelinin avantajlarından biri, bu uygulamalı olasılıklara kuramsal karşıt sağlamasıdır.¹¹

Belirsizlik v.b. İnandırıcı olmayan yatırım teorisi tam öngörü zamanla ara kazanç teorisinde kurulabilir. Gerçek sermayenin getirisinde şu anki değişimlere zaman zaman etkilenmeyen ve diğer zamanlarda hassas olan net yatırımın neden olması gerektiği ilgili pek çok neden bulunmaktadır. Makalede tüm bu karmaşa ve diğerleri önemsenmemiştir. Bu bağlamda, muhtemelen buna hak verilebilir.



Copyrights

Copyright for this article is retained by the author(s), with first publication rights granted to the journal. This is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>).



¹¹ P. A. Samuelson'un *Income Stabilization for a Developing Democracy*, ed. Millikan (New Haven, 1953), p.577'deki makalesine bakınız. Benzer düşünceler William Vickrey'in *Post-Keynesian Economics*, ed. Kurihara (New Brunswick, 1954)'te de ifade edilmektedir.